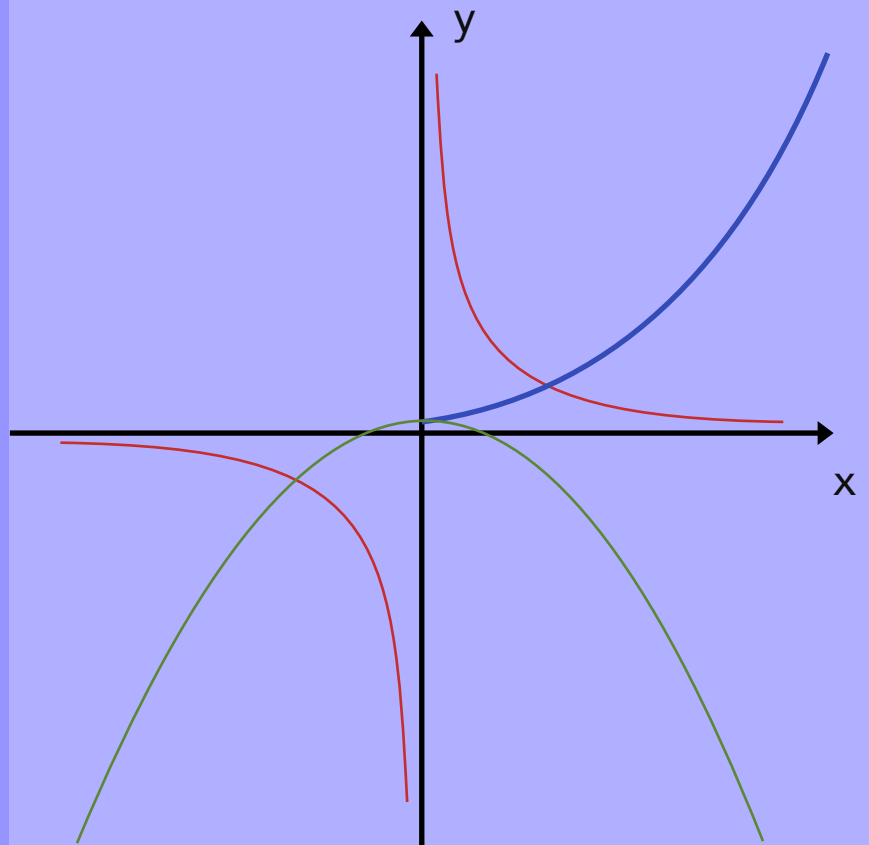


ikke Lineære Funktioner

Parabel

Vækstfunktion

Hyperbel



Før vi går i gang med de ikke-lineære:

Hvad er en funktion:

En funktion er en sammenhæng, der viser, hvordan én størrelse afhænger af en anden.

Sagt på en anden måde:

En funktion er som en maskine, der tager et tal ind (kaldet **x**) og giver ét bestemt tal ud (kaldet **y**).



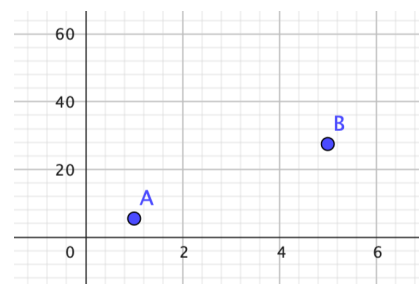
Du skal købe et antal sodavand nede i butikken. Den samlede pris afhænger af hvor mange sodavand du køber (sjovt nok...)

Én sodavand koster 5,50 kr.

Opgave 1

- a) Lav og udfyld en tabel som vist herunder
- b) Indsæt punkterne i GeoGebra og tegn funktionen
- c) Hvad er funktionens forskrift? $f(x) =$

Antal sodavand (x)	1	5	10	24
Pris (y)	5,5			
Punkt i koordinatsystem	(1 , 5,5)			



Den funktion du har tegnet er en lineær funktion. Linjen i koordinatsystemet er en lige linje. Formen for en lineær funktion er altid:

$$f(x) = ax + b$$

Hvor **a** er hældningstallet og **b** et det sted funktionen skærer y-aksen.

De funktioner du skal arbejde med i dette kompendie er ikke lineære. De er *ikke* en lige linje i koordinatsystemet. Der findes forskellige slags ikke-lineære funktioner. Du skal arbejde med:

Parabel: Den glade eller sure mund

Vækst: Også kaldet eksponentiel funktion

Hyperbel: En funktion, der aldrig rammer x-aksen eller y-aksen

Parabel

Formen for en parabel er altid

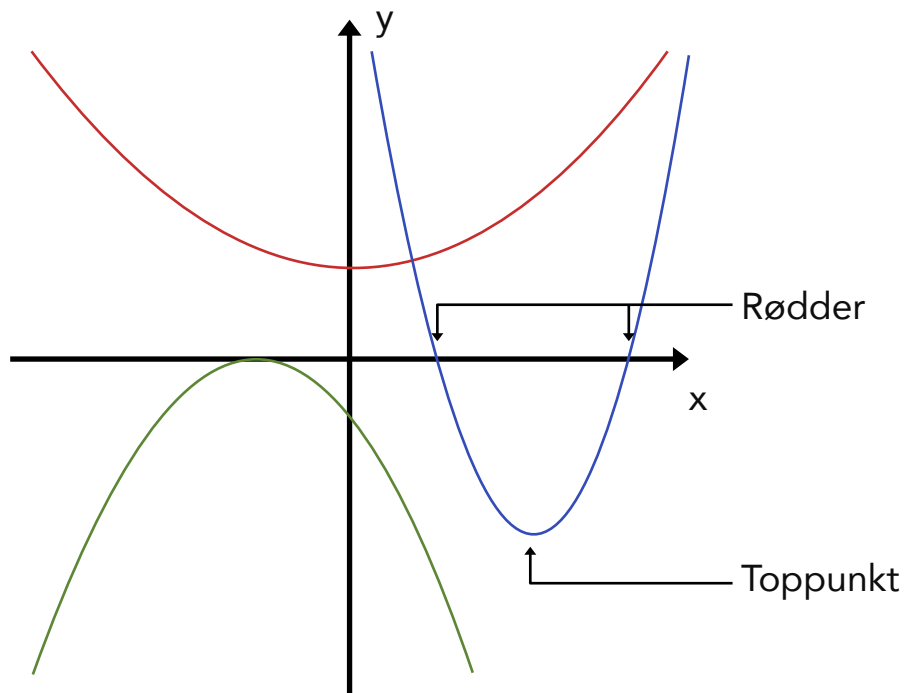
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

a (altså det tal, der står foran x^2) må ikke være 0
b og **c** er ikke altid med i en parabels funktionsforskrift

En parabel er enten en glad mund eller en sur mund.

En parabel har altid en x^2 med i funktionsforskriften

En parabel har ikke et hældningstal og skærer ikke altid x-aksen



En parabel har et toppunkt. Det er der hvor den "vender".

En parabel har enten 0, 1 eller 2 steder hvor den skærer x-aksen. Det kaldes også for rødder eller nulpunkter.

Opgave 2

- a) Opret en ny tegning i GeoGebra. Skriv i inputfeltet: $f(x) = ax^2 + bx + c$
- b) Indstil **a** til at være 3, **b** til at være 5 og **c** til at være -1
- c) Aflæs i algebravinduet hvad funktionsforskriften er

Prøv at ændre på skyderne for a, b og c. Du kan ændre på intervallet for min. og maks. ved at højreklikke på skyderne.

Opgave 3

- a) Beskriv med dine egne ord: Hvilken betydning har **a** for hvordan funktionen "ser ud"?
- b) Beskriv med dine egne ord: Hvilken betydning har **c** for hvordan funktionen "ser ud"?
- c) Sæt **a** til at være 0, **b** til at være 4 og **c** til at være -2. Hvilken slags funktion har du nu?

Husk at tage et screenshot / gemme GeoGebra dokumentet efter hver opgave!!

Opgave 4

- a) Opret en ny tegning i GeoGebra. Tegn $f(x) = x^2 - x - 3$
- b) Brug GeoGebras "Skæringsværktøj" til at finde parablens skæringspunkter med x-aksen.
- c) Skriv i inputfeltet: ekstremum(f) og find parablens toppunkt

Opgave 5

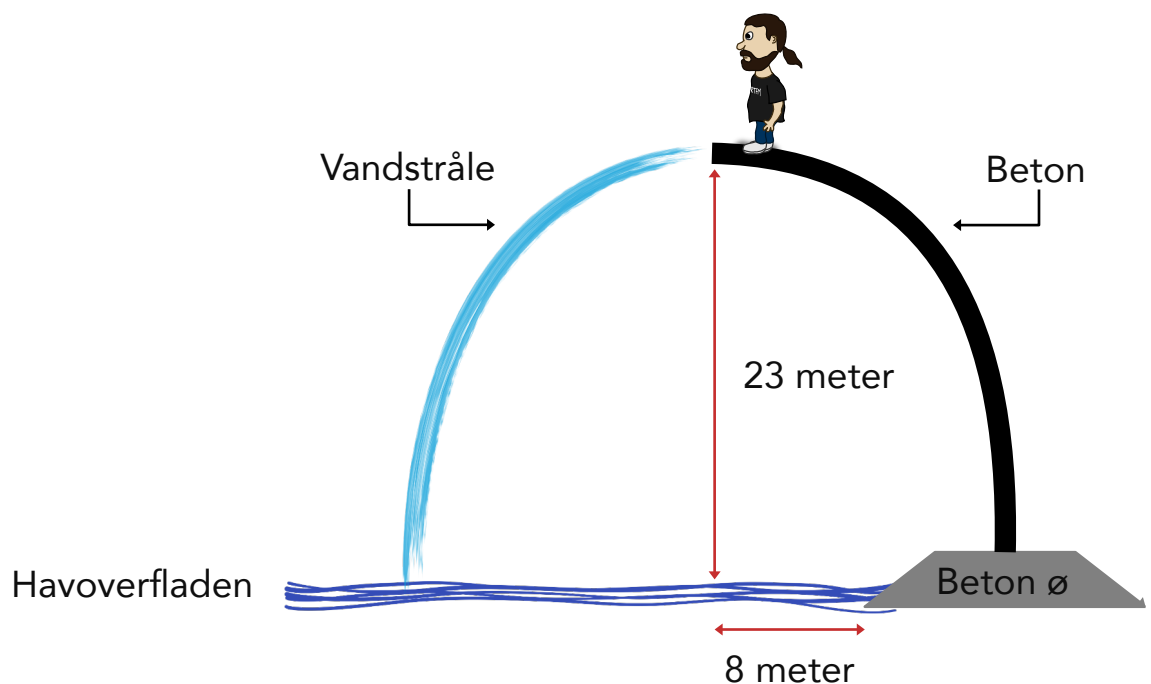
Tegn funktionerne i det samme koordinatsystem. Find toppunkt og rødder.

- a) $f(x) = 5x^2 - 4x - 5$
- b) $g(x) = -2x^2$
- c) $h(x) = x^2 - x - 3$

Opgave 6

- a) Opret en ny tegning i GeoGebra og tegn: $f(x) = -0,035x^2 + 0,5x$
- b) Tegn i samme koordinatsystem: $g(x) = -0,04x^2 + 0,05x + 2,1$
- c) Tegn i samme koordinatsystem: $h(x) = 0,0008x^2 - 0,05x + 5$
- d) Hvilken af de tre funktioner kan vise en hængebro? Hvilken kan vise et straffekast i håndbold og hvilken kan vise et straffespark i fodbold? Du skal begrunde dine svar.

I Stockholm har de et springvand, der ser (nogenlunde) sådan ud:



Springvandet kan skrives som en funktionsforskrift: $f(x) = -0,1x^2 + 23$

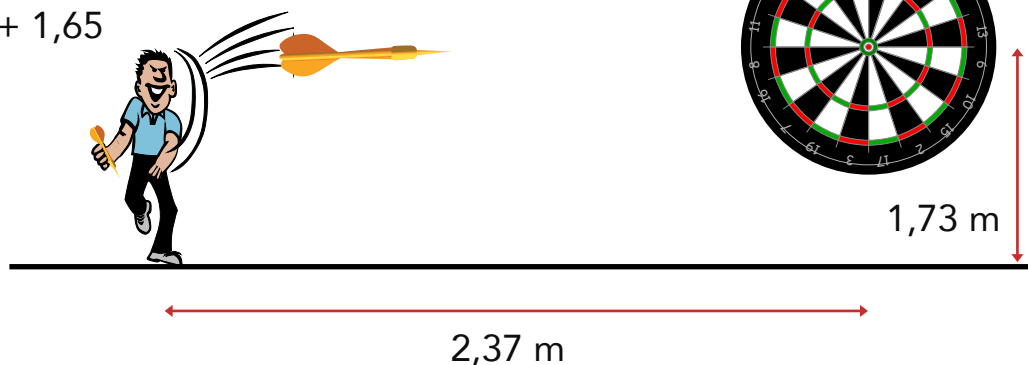
Opgave 7

- a) Opret en ny tegning i GeoGebra og tegn funktionen
- b) Hvor langt fra den grå beton ø rammer vandstrålen vandoverfladen?

Du spiller dart med din lærer (og taber)

Ét kast med pilen kan beskrives med forskriften:

$$f(x) = -0,2x^2 + 0,5x + 1,65$$



Opgave 8

- a) Tegn funktionen
- b) Hvor højt rammer pilen skiven?

Protip:
Du kan skrive $x = 2.37$ i inputfeltet...

Du spiller bordtennis med din lærer (og taber)

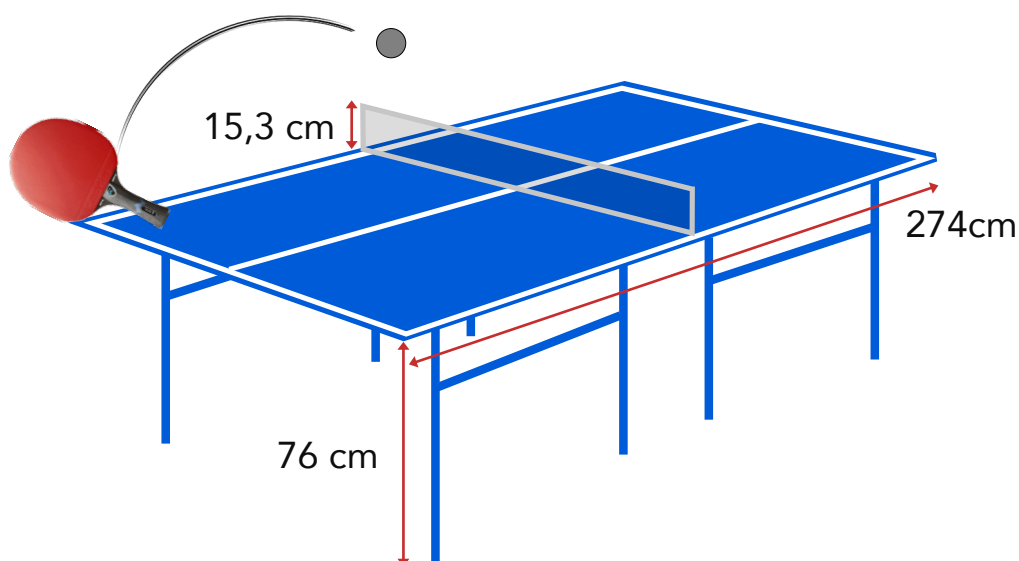
Ét skud med bolden kan beskrives med forskriften:

$$f(x) = -0,01x^2 + 2x + 100$$

Opgave 9

Undersøg skuddet

Protip:
Du kan fx undersøge om skuddet kommer over nettet, hvor højt er skudder, rammer det bordet på den anden side af nettet.....



Parabel *for let øvede*

Formen for en parabel er altid

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

a er det tal, der står foran x^2

b er det tal, der står foran x

c er det tal, der står alene uden x 'ere

Eksempel 1

$$f(x) = 12x^2 + 5x - 7$$

a er 12

b er 5

c er -7

Eksempel 2

$$g(x) = -x^2 - 6$$

a er -1

b er 0

c er -6

Opgave 10

Bestem a, b og c

a) $f(x) = x^2 + x + 1$

d) $i(x) = x^2$

b) $g(x) = -x^2$

e) $j(x) = 500x^2 + 120$

c) $h(x) = 0,05x^2 - 0,5x$

f) $k(x) = -3x^2 + 2x - 12$

Du kan regne dig frem til parablens toppunkt og skæringspunkter med x-aksen.

Når du gør det skal du først beregne den såkaldte **Diskriminant** (D)

Du kan beregne diskriminanten ved bruge formlen:

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

Eksempel 1

$$f(x) = 12x^2 + 5x - 7$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-7)$$

$$D = 361$$

Eksempel 2

$$f(x) = -x^2 + 6$$

$$D = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6)$$

$$D = -24$$

Hvis $D > 0$ vil parablen skære x-aksen to steder

Hvis $D = 0$ vil parablen skære x-aksen et sted

Hvis $D < 0$ vil parablen ikke skære x-aksen

Opgave 11

Beregn diskriminanten. Hvor mange steder skærer funktionen x-aksen?

a) $f(x) = x^2 + x + 1$

c) $i(x) = x^2$

b) $g(x) = -x^2$

d) $j(x) = 500x^2 + 120$



Når du har beregnet **diskriminanten** kan du bruge tallet til at beregne hvor funktionen skærer x-aksen.

Beregning af **1. koordinaten** til skæring med x-aksen

$$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a} \quad x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

Eksempel

$$f(x) = 12x^2 + 5x - 7$$

$$x = \frac{-5 + \sqrt{361}}{2 \cdot 12} \quad x = \frac{-5 - \sqrt{361}}{2 \cdot 12}$$

$$x = 0,58$$

$$x = -1$$

Funktionen skærer altså x-aksen to steder. (0,58 , 0) og (-1 , 0)

Når du har beregnet **diskriminanten** kan du bruge tallet til at beregne hvor funktionens toppunkt er.

Beregning af **1. koordinaten** (x) og **2. koordinaten** (y) til toppunktet

$$x = \frac{-b}{2 \cdot a} \quad y = \frac{-D}{4 \cdot a}$$

Eksempel

$$f(x) = 12x^2 + 5x - 7$$

$$x = \frac{-5}{2 \cdot 12} \quad y = \frac{-361}{4 \cdot 12}$$

$$x = -0,21$$

$$y = -7,5$$

Funktionens toppunkt er altså (-0,21 , -7,5)

Opgave 12

Beregn skæringspunkt(er) med x-aksen. beregn funktionens toppunkt

a) $f(x) = x^2 + x + 1$

c) $i(x) = x^2$

b) $g(x) = -x^2$

d) $j(x) = 500x^2 + 120$



Vækstfunktion

En vækstfunktion er en funktion, der beskriver, hvordan noget vokser eller aftager over tid med en fast procent eller fast fremskrivningsfaktor.

Den bruges fx til at beskrive: Prisstigninger, befolkningstal, rente, bakterievækst og meget andet

Formen for en vækstfunktion er altid

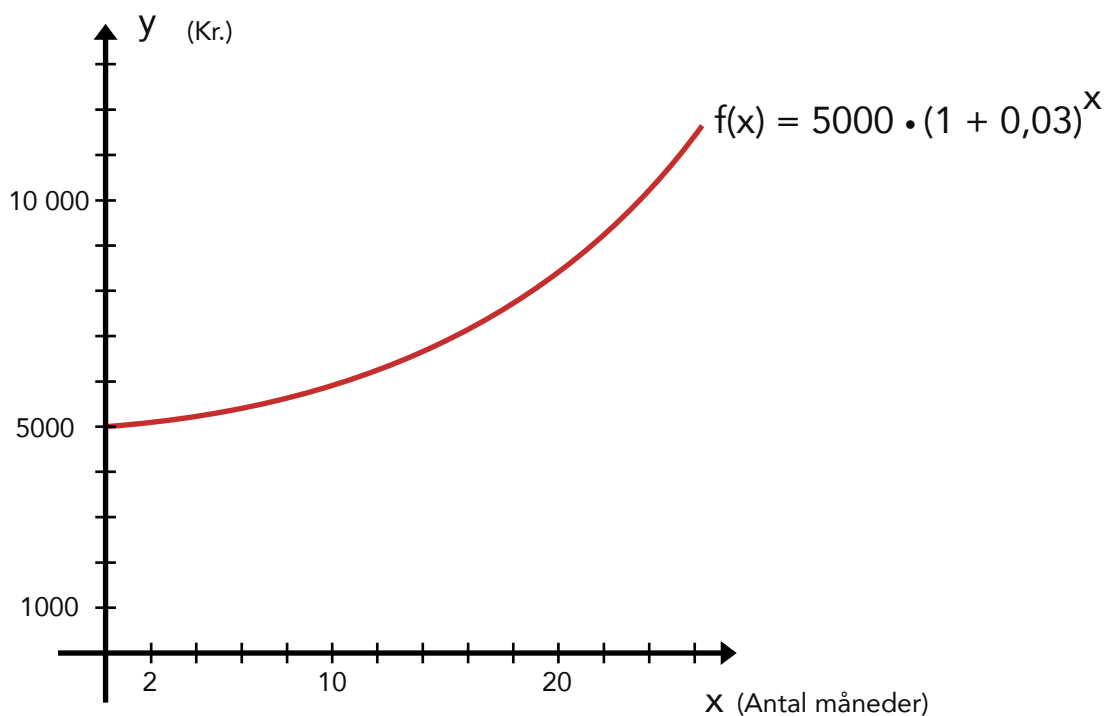
$$f(x) = b \cdot a^x$$

a og **b** skal være positive tal

Et eksempel på en vækstfunktion er "vækstformlen":

$$f(x) = k \cdot (1 + r)^n$$

k er startkapitalen. Det tal du starter med
r er procent. Som decimaltal
n er antal perioder



I dette eksempel starter jeg med at have 5000 kr.

Renten er 3 % pr måned (0,03 som decimaltal)

Opgave 13

- a) Opret en ny tegning i GeoGebra. Skriv i inputfeltet: $f(x) = k \cdot (1 + r)^x$
- b) Indstil skyderen for 'k' til at gå fra 0 til 10 000. Indstil skyderen for 'r' til at gå fra 0 til 1.
- c) Indstil 'k' til at være 5500 og 'r' til at være 0,1. Aflæs i algebravinduet hvad funktionsforskriften er.
- Du låner din far 5500 kr. Han vil give dig 10 % i rente om året (han er en meget sød far...).
- d) Hvor mange år går der før din far skylder dig 10 000 kr.?

Opgave 14

- a) Opret en ny tegning i GeoGebra. Skriv i inputfeltet: $f(x) = k \cdot (1 - r)^x$
- b) Indstil skyderen for 'k' til at gå fra 0 til 21 000. Indstil skyderen for 'r' til at gå fra 0 til 1.
- c) Indstil 'k' til at være 21 000 og 'r' til at være 0,02. Aflæs i algebravinduet hvad funktionsforskriften er.
- I Skive bor der 21 000 mennesker. Nogle frygter at indbyggertallet vil falde med 2 % om året de kommende mange år.
- d) Hvor mange mennesker bor der i Skive om 75 år hvis indbyggertallet bliver ved med at falde med 2 % om året?



Hyperbel

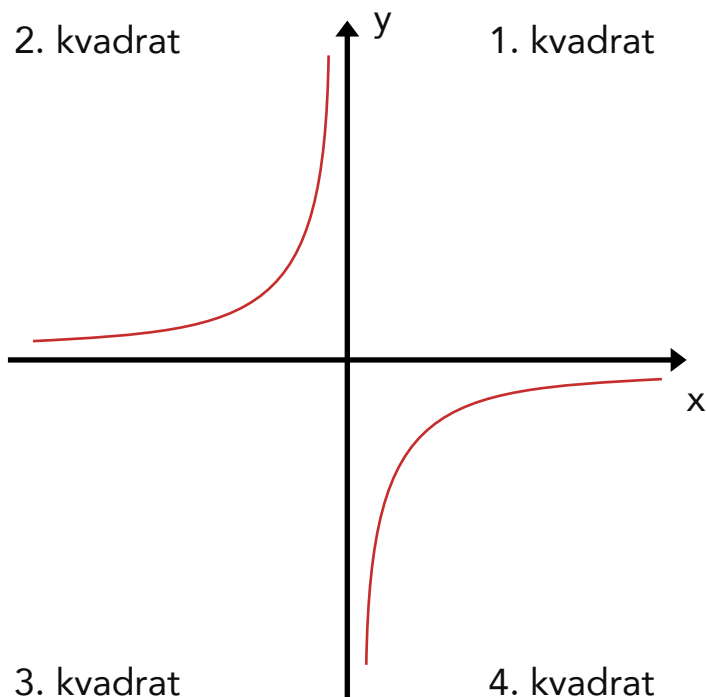
Formen for en vækstfunktion er

$$f(x) = \frac{a}{x}$$

x må ikke være 0

Grafen består af to "buede grene" i hvert sin kvadrat.

De to grene kommer tæt på x-aksen og y-aksen kommer rammer dem aldrig.



I dette eksempel er funktionen $f(x) = \frac{1}{x}$ tegnet.

Den er i 2. og 4. kvadrat.

Opgave 15

- a) Opret en ny tegning i GeoGebra. Skriv i inputfeltet: $f(x) = a/x$
- b) Indstil **a** til at være - 3 og aflæs i algebravinduet hvad funktionsforskriften er
Prøv at ændre på skyderen for **a**
- c) Beskriv med dine egne ord: Hvilken betydning har **a** for hvordan funktionen "ser ud"?
- d) Hvorfor må x ikke være lig med 0?

Opgave 16

Opret en ny tegning i GeoGebra. Tegn funktionerne i samme koordinatsystem.

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = \frac{-1}{x}$

c) $f(x) = \frac{5}{x}$

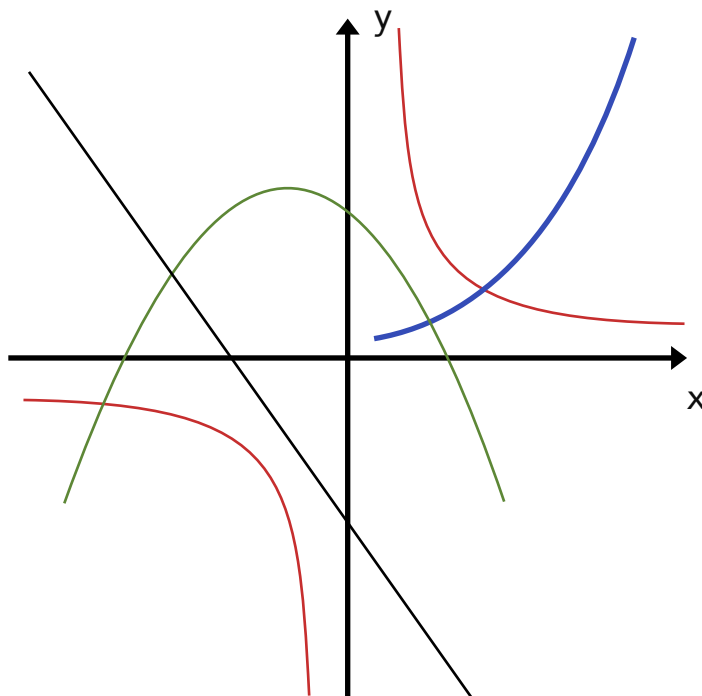
c) $f(x) = \frac{-5}{x}$

Funktioner

De funktioner du har arbejdet med i dette kompendie er ikke lineære. Du har arbejdet med: **Parabel**: Den glade eller sure mund. **Vækst**: Også kaldet eksponentiel funktion. **Hyperbel**: En funktion, der aldrig rammer x-aksen eller y-aksen.

Opgave 17

Ved siden af er der tegnet 4 forskellige funktioner. Hvilken type funktion er de 4 funktioner?



Opgave 18

Her er der 4 funktionsforskrifter. Prøv, uden at tegne dem, at forklare hvilken slags funktioner de er. Begrund dit svar.

- a) $f(x) = 7^x$ b) $f(x) = 7x - 4$ c) $f(x) = 5x^2 + 2$ c) $f(x) = \frac{2}{x}$

Opgave 19

Her er der 2 problemstillinger. Hvis du tegnede dem som en funktion, hvilken slags funktion ville du så få? Begrund dit svar. Tegn evt. funktionen.

- a) En bestemt bakterie kan formere sig med 90 % om dagen. Hvis det starter med at være 5 bakterier, hvor mange bakterier vil der så være om x dage?
- b) Et kvadrat har sidelængden n . Hvordan kan du skrive hvad arealet af kvadratet er?